

Chuyên đề 16:

BÀI TẬP HÌNH KHÔNG GIAN

Bài 1:

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SBC) theo a, biết rằng $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Bài 2:

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SA = a$. Gọi E là trung điểm của cạnh CD. Tính theo a khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng BE.

Bài 3:

Hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, tâm O, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SA = a$. Gọi I là trung điểm của SC và M là trung điểm của AB.

1. Chứng minh $IO \perp (ABCD)$
2. Tính khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng CM.

Bài 4:

Tứ diện SABC có ABC là tam giác vuông cân đỉnh B và $AC = 2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$.

1. Chứng minh $(SAB) \perp (SBC)$
2. Tính khoảng từ A đến (SBC)
3. Gọi O là trọng điểm của AC. Tính khoảng cách từ O đến (SBC)

Bài 5:

Tứ diện SABC có tam giác ABC vuông tại B, $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của AB.

1. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)
2. Tính đường cao AK của tam giác AMC
3. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (SMC) và (ABC)
4. Tính khoảng cách từ A đến (SMC)

Bài 6:

Hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Dựng và tính độ dài đoạn vuông góc chung của các cặp đường thẳng:

- a) SA và AD b) SC và BD c) SB và CD

Bài 7:

Hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a và $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{2}$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AD và BC

1. Chứng minh $(SIJ) \perp (SBC)$
2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB

Bài 8:

Tứ diện ABCD có ABC là tam giác đều cạnh a, AD vuông góc với BC, $AD = a$ và khoảng cách từ D đến BC là a. Gọi H là trung điểm của BC và I là trung điểm của AH.

1. Chứng minh $BC \perp (ADH)$ và $DH = a$
2. Chứng minh $DI \perp (ABC)$

3. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC

Bài 9:

Hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O, cạnh a, góc A bằng 60° và có đường cao $SO=a$.

1. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC)
2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB

Bài 10:

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = b$, cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của SC. Chứng minh rằng tam giác AMB cân tại M và tính diện tích tam giác AMB theo a.

Bài 11:

Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$ và góc $BAC = 120^\circ$, cạnh bên $BB' = a$. Gọi I là trung điểm CC'. Chứng minh rằng tam giác AB'I vuông ở A. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AB'I).

Bài 12:

Cho hình chóp tam giác đều S.ABC, đáy ABC có cạnh bằng a, mặt bên tạo với đáy một góc bằng φ ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$). Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC).

Bài 13:

Cho tứ diện ABCD với $AB = AC = a$, $BC = b$. Hai mặt phẳng (BCD) và (ABC) vuông góc với nhau và góc $BDC = 90^\circ$. Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp ABCD theo a và b.

Bài 14:

Cho tứ diện ABCD có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC vuông góc A, $AD = a$, $AC = b$, $AB = c$. Tính diện tích S của tam giác BCD theo a, b, c và Chứng minh rằng

$$2S \geq \sqrt{abc(a + b + c)}$$

Bài 15:

Cho tứ diện OABC có ba cạnh OA;OB;OC đôi một vuông góc. Gọi $\alpha; \beta; \gamma$ lần lượt là các góc giữa mặt phẳng (ABC) với các mặt phẳng (OBC);(OCA) và (OAB). Chứng minh rằng :

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma \leq \sqrt{3}$$

Bài 16: Cho tam giác đều ABC cạnh a. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tam giác tại tâm

O lấy điểm D sao cho $OD = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Gọi điểm giữa của BD và DC lần lượt là M, N.

- 1) Tính góc giữa các đường thẳng AM và BC
- 2) Tính tỷ số thể tích giữa các phần của khối ABCD được phân chia bởi thiết diện AMN
- 3) Tính thể tích khối ABCMN

Bài 17: Cho tứ diện OABC có các cạnh OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=BC=a$ và góc $OCB = \alpha$.

- 1) Chứng minh rằng tứ diện có các cạnh đối vuông góc và hình chiếu của O xuống mặt phẳng (ABC) là trực tâm của tam giác ABC

2) Tính thể tích V của tứ diện $OABC$. Xác định α để thể tích $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

3) Tìm tâm và bán kính R của hình cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Bài 18: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a . Cạnh $SA=a$ và vuông góc với đáy

1) Tính thể tích và diện tích toàn phần của tứ diện $SBCD$

2) Gọi $MNPQ$ là thiết diện của hình chóp và một mặt phẳng song song với mặt đáy. Trong đó M ở trên cạnh SA và $AM=x$. Tính diện tích thiết diện $MNPQ$ theo a và x

3) Tính thể tích khối $ABCDMNPQ$ theo a và x

Bài 19: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a và I là điểm giữa của cạnh AB . Qua I dựng đường vuông góc với mặt phẳng hình vuông và lấy điểm S sao cho $2IS = a\sqrt{3}$.

1) Chứng minh rằng SAD là tam giác vuông.

2) Tính diện tích xung quanh hình chóp $SABCD$.

3) Tính thể tích hình chóp $SACD$, từ đó tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng SAD

Bài 20: Đáy của hình chóp $SABC$ là tam giác cân ABC có $AB=AC=a$ và $B=C=\alpha$. Các cạnh bên cùng nghiêng với đáy một góc β .

1) Tính thể tích hình chóp $SABC$

2) Tính diện tích thiết diện tạo bởi hình chóp với mặt phẳng qua đỉnh B và đường cao SO của hình chóp.

Bài 21: Cho tam giác cân ABC ($AB=AC=2b$; $BC=2a$). Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A lấy $AS=a$.

1) Tính thể tích hình chóp $SABC$

2) Tính diện tích tam giác SBC và suy ra khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC)

3) Tìm trên AS điểm M sao cho thiết diện MBC chia hình chóp thành hai phần có thể tích bằng nhau.

-----Hết-----